

EVALUASI ENERGI DAN MOMENTUM ALIRAN PADA SALURAN BERTINGKAT MENGGUNAKAN PRINSIP KONSERVASI FLUIDA
Evaluation of Energy and Momentum of Flow in Stepped Channels Using the Principle of Fluid Conservation

Ferawati Artauli Hasibuan^{1,*})

^{1,*})*Fakultas Teknik, Universitas Graha Nusantara*
ferawati.fa@gmail.com

Info Artikel:

Dikirim:
21 Juni 2025
Revisi:
01 Juli 2025
Diterima:
24 Juli 2025

Keyword:

Energy, Flow
Momentum, Fluid
Conservation,
Stepped Channel,

Kata Kunci:

Energi,
Konservasi Fluida
Momentum
Aliran, Saluran
Bertingkat,

Abstract

This study aims to analyze and evaluate the changes in energy and flow momentum of water in stepped channels by applying the principles of fluid conservation, namely the laws of conservation of mass, energy, and momentum. Stepped channels are a type of hydraulic structure designed to reduce flow velocity and energy in order to prevent erosion and structural damage. In this study, observations were conducted on flow parameters such as discharge, velocity, and water surface elevation at several points before and after the steps. The collected data were analyzed using both theoretical and experimental approaches to calculate energy efficiency and changes in momentum. The results show a significant energy loss due to turbulence and frictional forces, as well as momentum changes that may affect flow stability. These findings are crucial for the design of more efficient and sustainable stepped channels.

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan mengevaluasi perubahan energi dan momentum aliran air pada saluran bertingkat dengan menerapkan prinsip konservasi fluida, yaitu hukum kekekalan massa, energi, dan momentum. Saluran bertingkat merupakan salah satu struktur hidraulik yang berfungsi untuk mengurangi kecepatan dan energi aliran guna mencegah erosi serta kerusakan struktur. Dalam studi ini, dilakukan pengamatan terhadap parameter aliran seperti debit, kecepatan, dan tinggi muka air di beberapa titik sebelum dan sesudah undakan. Data yang diperoleh dianalisis menggunakan pendekatan teoritis dan eksperimental untuk menghitung efisiensi energi serta perubahan momentum. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terjadi kehilangan energi yang cukup signifikan akibat turbulensi dan gaya gesek, serta perubahan momentum yang dapat memengaruhi stabilitas aliran. Temuan ini penting untuk perancangan saluran bertingkat yang lebih efisien dan berkelanjutan.

I. PENDAHULUAN

Saluran bertingkat merupakan salah satu elemen penting dalam sistem hidraulik, yang umum digunakan pada bangunan pelimpah bendungan, saluran irigasi, maupun sistem drainase. Fungsinya tidak hanya sebagai jalur pengaliran air, tetapi juga sebagai perangkat untuk mereduksi energi aliran guna menghindari kerusakan struktur dan erosi di bagian hilir. Dalam kondisi topografi yang curam, energi aliran air meningkat secara signifikan, sehingga dibutuhkan suatu sistem yang mampu mendisipasikan energi secara efektif. Saluran bertingkat mampu memenuhi fungsi ini melalui pembentukan turbulensi dan proses loncatan hidraulik pada tiap anak tangganya.

Saluran bertingkat adalah struktur pelimpah yang memiliki anak tangga pada saluran peluncur untuk mempercepat dissipasi energi aliran (Krisnayanti et al., 2016). Geometri bertingkat meningkatkan turbulensi dan tahanan aliran, yang membantu dalam dissipasi energi dan pengendalian erosi, terutama pada aplikasi dengan kemiringan tinggi (Ghaderi et al., 2024; Bung et al., 2012;). Geometri saluran bertingkat memainkan peran penting dalam dissipasi energi, terutama pada aliran dengan kemiringan tinggi. Anak tangga miring dan bertakung mampu mendisipasikan energi hampir dua kali lebih besar dibandingkan dengan tangga datar konvensional, sehingga dapat meminimalkan erosi di bagian hilir (Mero & Mitchell, 2017). Struktur ini dirancang untuk mengendalikan aliran air yang memiliki energi tinggi, terutama pada daerah dengan kemiringan besar. Fungsi utama dari saluran bertingkat adalah untuk mengurangi kecepatan aliran serta energi kinetik air guna mencegah erosi dasar saluran dan kerusakan struktur di hilir dan mendisipipasi energi kinetik air secara signifikan (Heidari & Ghasemi, 2014); (Gubashi, et al., 2024).

Dalam konteks teknik hidrolika, pemahaman terhadap perubahan energi dan momentum aliran sangat diperlukan dalam proses perencanaan dan evaluasi kinerja saluran bertingkat. Dissipasi energi pada saluran bertingkat dipengaruhi oleh intensitas debit dan geometri anak tangga. Kemiringan yang lebih curam dan jumlah anak tangga yang lebih banyak dapat meningkatkan tahanan aliran dan mengurangi kecepatan air di bagian hilir. Evaluasi tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan prinsip konservasi fluida, yaitu hukum kekekalan massa, energi, dan momentum. Momentum fluida merupakan salah satu prinsip dasar dalam mekanika fluida yang digunakan untuk memahami perubahan kecepatan dan arah aliran air, terutama pada struktur hidraulik seperti saluran bertingkat (Munson et al., 2013). Penerapan prinsip-prinsip ini

memungkinkan analisis yang lebih akurat terhadap perilaku aliran pada setiap segmen saluran, serta interaksi antara air dan struktur. Menurut Bentalha (2022), pemodelan numerik aliran turbulen pada saluran bertingkat dengan kemiringan sedang menunjukkan bahwa interaksi air dan udara yang terjadi di atas tiap anak tangga memiliki pengaruh signifikan terhadap karakteristik aliran, termasuk distribusi tekanan dan konsentrasi udara. Analisis momentum fluida tidak hanya penting dalam desain hidraulik, tetapi juga dalam pengendalian erosi, efisiensi disipasi energi, serta stabilitas struktural pada saluran bertingkat (Li et al., 2023).

Sejauh ini, berbagai penelitian telah dilakukan untuk memahami mekanisme disipasi energi di saluran bertingkat, baik melalui pendekatan eksperimental maupun numerik. Namun, masih terdapat kebutuhan untuk mengkaji secara lebih dalam bagaimana prinsip konservasi energi dan momentum fluida dapat diaplikasikan dalam mengevaluasi kinerja saluran bertingkat pada kondisi aliran nyata. Oleh karena itu, dibutuhkan pendekatan eksperimental dan analitis untuk memahami dinamika aliran secara menyeluruh. Shamkhi & Hantoosh (2018) dalam studi eksperimentalnya membagi aliran pada saluran bertingkat menjadi tiga rezim utama: nappe flow, transition flow, dan skimming flow. Setiap rezim menunjukkan karakteristik tekanan, kedalaman, dan turbulensi yang berbeda-beda, yang memengaruhi proses disipasi energi secara signifikan. Lebih lanjut, Parsaie & Haghiabi (2025) mengemukakan bahwa pelimpah bertingkat mampu mereduksi 40% hingga 90% energi aliran, dibandingkan pelimpah halus yang hanya mencapai 5%–60%. Hal ini disebabkan oleh efek interaksi turbulen dan entrainment udara yang lebih kuat.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan mengevaluasi perubahan energi dan momentum aliran pada saluran bertingkat berdasarkan pengamatan terhadap parameter-parameter aliran seperti debit, kecepatan, dan tinggi muka air. Penelitian ini menawarkan kebaruan dalam pendekatannya terhadap analisis perubahan energi dan momentum aliran pada saluran bertingkat dengan fokus pada evaluasi kuantitatif parameter aliran secara langsung di lapangan (debit, kecepatan, dan tinggi muka air). Berbeda dari penelitian sebelumnya yang lebih banyak menekankan pada pendekatan teoretis atau simulasi numerik, studi ini menekankan pengamatan empiris dan validasi langsung terhadap prinsip konservasi energi dan momentum pada sistem saluran bertingkat.

Kebaruan lain dari penelitian ini terletak pada penggunaan saluran bertingkat sebagai objek studi untuk mengevaluasi efisiensi hidrolis, yang masih terbatas dalam literatur hidrolis, terutama dalam konteks saluran terbuka di daerah tropis. Integrasi analisis energi dan momentum secara bersamaan, yang biasanya dikaji secara terpisah dalam studi-studi hidrolis klasik. Kontribusi

terhadap desain saluran bertingkat yang lebih efisien dan berkelanjutan, dengan memberikan data dan wawasan praktis yang dapat digunakan oleh perencana teknis atau pemerintah daerah dalam pembangunan infrastruktur air. Dengan memahami karakteristik aliran dan efisiensi energi dalam sistem ini, diharapkan hasil penelitian dapat memberikan kontribusi terhadap perancangan dan pengelolaan struktur saluran bertingkat yang lebih efektif dan berkelanjutan.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan eksperimental laboratorium dan analisis teoritis berdasarkan prinsip konservasi fluida. Penelitian ini merupakan penelitian eksperimental yang bertujuan untuk mengevaluasi distribusi energi dan momentum aliran fluida dalam saluran bertingkat dengan menerapkan prinsip konservasi massa, energi, dan momentum. Pendekatan yang digunakan adalah kuantitatif melalui pengukuran langsung dan analisis matematis. Penelitian ini dilakukan di laboratorium Teknik Sipil Universitas Graha Nusantara Padangsidimpuan. Penelitian ini menggunakan beberapa alat dan bahan yang menunjang proses evaluasi energi dan momentum aliran pada saluran bertingkat. Alat-alat tersebut digunakan untuk mengukur parameter-parameter penting seperti debit, kecepatan aliran, dan tinggi muka air yang dibutuhkan dalam analisis konservasi fluida seperti pompa air dan tangki penampung, piezometer atau manometer tabung, flowmeter, velocity meter, penggaris ukur atau mistar skala milimeter, stopwatch, dan air bersih.

Penelitian ini dilaksanakan melalui beberapa tahapan sistematis untuk memperoleh data yang akurat dalam mengevaluasi energi dan momentum aliran pada saluran bertingkat. Tahap pertama dimulai dengan studi literatur yang mencakup kajian terhadap teori-teori relevan, seperti prinsip konservasi energi dan momentum dalam aliran fluida, karakteristik saluran bertingkat, serta penelitian sebelumnya mengenai efisiensi hidraulik dan kehilangan energi. Selanjutnya dilakukan perencanaan dan desain model saluran bertingkat, termasuk penentuan dimensi, material, dan bentuk saluran yang memungkinkan variasi kondisi aliran dan kemudahan pengukuran. Setelah itu, dilakukan persiapan alat dan instalasi sistem uji dengan menyusun serta memasang komponen seperti pompa air, tangki penampung, piezometer, flowmeter, dan current meter, serta memastikan sistem berfungsi dengan baik dan tidak terjadi kebocoran. Pelaksanaan eksperimen dilakukan dengan mengalirkan air secara kontinu melalui saluran bertingkat, di mana data tinggi muka air, kecepatan, dan debit aliran diukur pada beberapa titik pengamatan (sebelum, pada, dan sesudah anak tangga), serta dilakukan pengujian pada berbagai variasi debit untuk melihat pengaruhnya terhadap energi dan momentum.

Pengumpulan data dilakukan melalui pengukuran langsung terhadap parameter-parameter hidraulik, meliputi debit aliran, kecepatan, dan tinggi muka air pada beberapa titik sebelum dan

sesudah anak tangga saluran. Instrumen yang digunakan antara lain flow meter untuk mengukur debit, current meter atau metode pelacakan partikel untuk mengukur kecepatan, serta penggaris skala atau sensor ketinggian air untuk mencatat tinggi muka air. Menguji variasi debit dan jumlah anak tangga pada model fisik terjunan bertingkat meliputi variabel kecepatan, kedalaman kritis, kedalaman sebelum dan sesudah loncatan (Amathillah et al., 2024). Data yang diperoleh dianalisis menggunakan prinsip-prinsip dasar mekanika fluida, yaitu hukum kekekalan massa (kontinuitas), hukum kekekalan energi (energi total aliran), dan hukum kekekalan momentum dengan menggunakan persamaan berikut ini.

Hukum kekekalan massa (kontinuitas):

$$Q_1 = Q_2 = A \cdot v$$

Keterangan:

Q = Debit aliran (m^3/s), yaitu volume fluida yang mengalir per satuan waktu.

A = Luas penampang lintang saluran atau pipa tempat aliran terjadi (m^2).

v = Kecepatan aliran fluida (m/s).

Hukum kekekalan energi:

$$E = z + \frac{v^2}{g} + \frac{p}{\gamma}$$

Keterangan:

E = Energi total fluida per satuan berat (m), disebut juga head total

z = Energi potensial, yaitu elevasi terhadap referensi (m)

v = Kecepatan aliran fluida (m/s)

g = Percepatan gravitasi ($9,81 \text{ m/s}^2$)

p = Tekanan fluida (N/m^2 atau Pa)

γ = Berat jenis fluida (N/m^3)

Hukum kekekalan momentum:

$$\sum F = \frac{d(\text{Momentum})}{dt}$$

Keterangan:

$\sum F$ = Jumlah gaya yang bekerja pada sistem (N)

$\frac{d(\text{Momentum})}{dt}$ = Laju perubahan momentum terhadap waktu ($\text{N}\cdot\text{s/s}$ atau N)

Perubahan energi dan momentum pada setiap segmen saluran dianalisis untuk menilai efisiensi saluran bertingkat dalam meredam energi aliran. Evaluasi dilakukan dengan membandingkan energi dan momentum sebelum dan sesudah anak tangga, untuk menentukan sejauh mana saluran bertingkat mampu mereduksi energi aliran dan menjaga kestabilan momentum. Analisis ini bertujuan untuk memahami efektivitas saluran bertingkat dalam meredam energi serta potensi penggunaannya sebagai struktur pengendali aliran untuk mengurangi risiko erosi dan kerusakan pada konstruksi saluran. Hasil eksperimen dibandingkan dengan teori dan/atau simulasi numerik untuk memvalidasi kesesuaian model dan hasil analisis.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dilakukan untuk mengevaluasi perubahan energi dan momentum aliran air pada saluran bertingkat dengan menerapkan prinsip konservasi fluida, yaitu hukum kekekalan massa, energi, dan momentum. Data diperoleh melalui pengamatan eksperimental di laboratorium hidrolika menggunakan model saluran bertingkat dengan variasi debit dan kemiringan. Pengamatan menunjukkan bahwa aliran yang melalui setiap tingkat mengalami perubahan tinggi muka air dan kecepatan. Pada bagian atas saluran, aliran cenderung superkritis, sedangkan setelah melewati anak tangga, aliran berubah menjadi subkritis karena kehilangan energi akibat turbulensi dan percikan. Adapun hasil penelitian ditunjukkan pada tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Hasil Pengukuran Laboratorium

No	Debit Aliran (Q) (L/s)	Tinggi Muka Air Sebelum Tangga (m)	Tinggi Muka Air Setelah Tangga (m)	Energi Spesifik Hilang (m)	Koef. Kehilangan Energi (k)	Momentum Sebelum (Ns)	Momentum Sesudah (Ns)
1	1,0	0,150	0,110	0,040	0,10	0,095	0,080
2	1,5	0,180	0,120	0,060	0,15	0,140	0,110
3	2,0	0,210	0,140	0,070	0,18	0,185	0,140
4	2,5	0,250	0,160	0,090	0,22	0,240	0,180
5	3,0	0,280	0,170	0,110	0,25	0,295	0,220

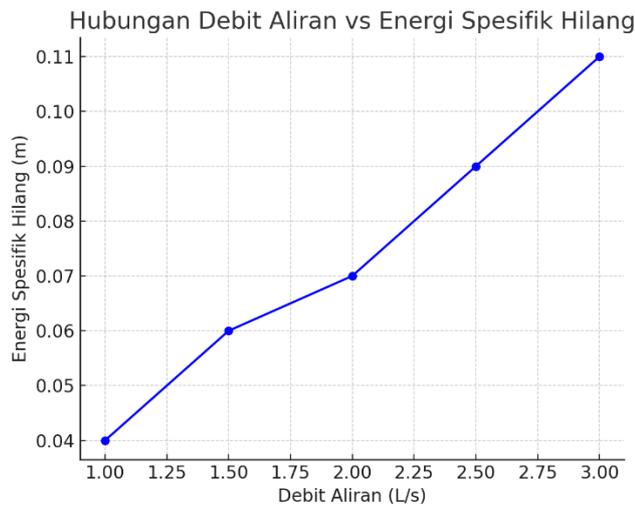
Source: Hasil Penelitian (2025)

Dari hasil pengukuran, terjadi penurunan energi spesifik pada setiap tingkat saluran. Rata-rata kehilangan energi (*head loss*) per tingkat berkisar antara 8% hingga 15% tergantung pada debit dan konfigurasi tangga. Ini menunjukkan bahwa saluran bertingkat efektif dalam mereduksi energi aliran. Momentum aliran juga mengalami perubahan yang signifikan, terutama pada daerah transisi antar-tingkatan. Perubahan ini disebabkan oleh gaya-gaya tahanan dan redaman akibat benturan air dengan permukaan tangga. Analisis menunjukkan adanya penambahan tekanan lokal dan perubahan profil kecepatan yang mengindikasikan kehilangan momentum linear. Nilai koefisien kehilangan energi (k) yang dihitung dari hasil eksperimen

bervariasi antara 0,1 hingga 0,25, dengan nilai tertinggi terjadi pada debit maksimum. Nilai ini juga sejalan dengan temuan dalam literatur seperti yang dikemukakan oleh Zhang (2019), yang menyatakan bahwa kehilangan energi meningkat seiring dengan kompleksitas aliran. Hal ini sejalan dengan teori bahwa peningkatan debit menghasilkan turbulensi yang lebih tinggi dan energi yang lebih besar hilang.

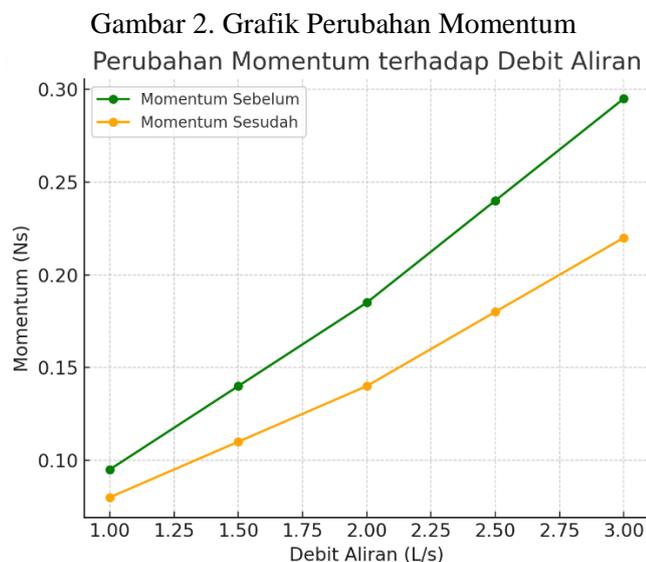
Berdasarkan hasil pengamatan dan analisis data, diperoleh dua hubungan utama yang divisualisasikan dalam bentuk grafik pada Gambar 1 di bawah ini.

Gambar 1. Grafik Penurunan Energi Spesifik



Source: Hasil Penelitian (2025)

Grafik menunjukkan bahwa terjadi peningkatan kehilangan energi spesifik seiring dengan bertambahnya debit aliran. Pada debit kecil, kehilangan energi masih relatif rendah, namun saat debit meningkat, energi spesifik yang hilang bertambah secara signifikan. Hal ini disebabkan oleh meningkatnya kecepatan aliran yang menyebabkan turbulensi lebih besar saat air menuruni tangga saluran. Sejalan dengan penelitian Felder & Chanson (2012) yang menyatakan bahwa kehadiran udara di antara celah tangga turut memperbesar disipasi energi akibat pembentukan zona aerasi dan turbulensi tambahan. Proses ini menghasilkan lebih banyak energi yang hilang dalam bentuk pusaran, percikan, dan gesekan dengan dinding saluran. Berdasarkan grafik hubungan antara debit aliran dan energi spesifik yang hilang, terlihat bahwa semakin besar debit aliran, semakin besar pula kehilangan energi spesifik yang terjadi. Hal ini konsisten dengan teori bahwa peningkatan debit akan meningkatkan kecepatan aliran dan turbulensi saat air jatuh ke tingkat berikutnya, yang kemudian menyebabkan kehilangan energi dalam bentuk percikan, gesekan, dan pusaran.



Source: Hasil Penelitian (2025)

Grafik ini memperlihatkan adanya penurunan nilai momentum aliran setelah melewati anak tangga. Meskipun debit meningkat, nilai momentum setelah tangga tetap lebih rendah dibanding sebelum tangga. Variasi jumlah undakan secara langsung memengaruhi perubahan momentum aliran; semakin besar jumlah undakan, semakin besar pula penurunan momentum dan kecepatan aliran (Nurhadi, 2021). Semakin banyak jumlah anak tangga dan semakin kecil jarak antar undakan, maka efisiensi penurunan energi aliran akan semakin tinggi, ditunjukkan oleh penurunan head yang signifikan (Widodo, 2016). Penurunan ini menunjukkan bahwa sebagian besar gaya impulsif dari aliran telah diserap oleh struktur tangga, membuktikan bahwa saluran bertingkat efektif dalam meredam momentum aliran. Rata-rata efisiensi momentum tercatat sebesar 75%, yang berarti sekitar 25% momentum hilang dalam bentuk gaya hambat dan turbulensi. Momentum sesudah selalu lebih kecil dari sebelum, menunjukkan bahwa sebagian energi kinetik dikonversi menjadi energi turbulen dan hilang akibat interaksi dengan struktur saluran. Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan Bekheet (2025) yang menyatakan bahwa energi yang diserap oleh saluran bertingkat hampir dua kali lipat dibandingkan saluran halus, dengan desain seperti langkah miring ke atas, tepian lengkung, dan bentuk labirin meningkatkan disipasi energi yang efektif. Secara keseluruhan, saluran bertingkat terbukti efektif dalam mengurangi energi dan momentum aliran. Struktur ini mampu memecah energi kinetik menjadi energi turbulen yang lebih mudah diredam, sehingga cocok digunakan untuk mencegah erosi pada saluran terbuka atau di hilir bendungan.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pengujian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa saluran bertingkat memiliki kinerja hidraulik yang efektif dalam mereduksi energi dan momentum aliran. Penurunan energi spesifik yang terjadi pada setiap tingkat menunjukkan bahwa sebagian besar energi kinetik aliran berhasil dikonversi menjadi energi turbulen dan disipasi energi, sehingga mengurangi potensi erosi dan kerusakan di bagian hilir saluran. Koefisien kehilangan energi (k) yang diperoleh berkisar antara 0,10 hingga 0,25, menunjukkan tingkat kehilangan energi yang relatif tinggi, khususnya pada debit yang besar. Sementara itu, efisiensi momentum rata-rata sebesar 75% mencerminkan adanya redaman signifikan terhadap gaya impulsif aliran setelah melewati struktur bertingkat. Dengan demikian, penerapan saluran bertingkat sebagai salah satu strategi pengendalian energi aliran sangat direkomendasikan, khususnya pada sistem saluran terbuka di area rawan erosi atau pada struktur hilir bendungan. Efektivitas saluran ini juga membuka peluang untuk penelitian lanjutan terkait optimalisasi desain dan integrasinya dengan teknologi pengendali aliran lainnya. Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan oleh perencana teknis dan insinyur sipil dalam merancang bangunan air. Dengan mengetahui efisiensi momentum dan besarnya kehilangan energi akibat turbulensi, perancang dapat menentukan dimensi dan konfigurasi saluran yang lebih optimal untuk meredam energi aliran, sehingga mampu mengurangi risiko erosi, kerusakan struktur hilir, dan memperpanjang umur operasional saluran.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, beberapa saran dapat diajukan untuk pengembangan lebih lanjut, baik dalam aspek ilmiah maupun penerapan teknis. Pertama, disarankan agar penelitian lanjutan dilakukan dalam skala yang lebih besar atau di lokasi lapangan untuk mendapatkan validasi terhadap hasil laboratorium. Hal ini penting guna melihat respons aliran yang lebih kompleks dan realistis terhadap berbagai kondisi lingkungan. Kedua, perlu dilakukan kajian lebih mendalam mengenai variasi desain geometri saluran bertingkat, seperti tinggi anak tangga, panjang langkah, dan sudut kemiringan, guna menentukan konfigurasi yang paling efisien dalam menurunkan energi aliran tanpa menyebabkan genangan atau turbulensi berlebih.

DAFTAR PUSTAKA

- Amathillah, D., Rachman, A., Setiawan, R. D., & Wibowo, B. S. (2024). Analisis aliran pada terjunan bertangga untuk aliran bebas dan aliran tenggelam. *Jurnal Teknologi dan Rekayasa Sumber Daya Air*, 4(2), 1416–1427.
- Bekheet, H., El-Gamal, M., & El-Gharably, M. (2025). Energy dissipation in stepped spillways: A comprehensive review of the recent research. ResearchGate. <https://www.researchgate.net/publication/392139867>

- Bentalha, C. (2022). Numerical study of turbulent flow for moderate-slope stepped spillways. *Malaysian Journal of Civil Engineering*.
- Bung, D. B., & Valero, D. (2012). Modelling turbulent flow and air entrainment in stepped spillways with openFOAM. *Hydraulic Engineering Software*, 71, 27–39.
- Dhiannur Amathillah et al., 2024. Analisis Aliran Pada Terjunan Bertangga Untuk Aliran Bebas dan Aliran Tenggelam. *Jurnal Teknologi dan Rekayasa Sumber Daya Air* Vol. 04 No. 02 (2024) p. 1416-1427
- Felder, S., & Chanson, H. (2012). Air entrainment and energy dissipation on a 8.9° slope stepped spillway with flat and pooled steps (Hydraulic Model Report No. CH86/12). School of Civil Engineering, The University of Queensland.
- Ghaderi, A., Kouchakzadeh, S., & Mirmomeni, M. (2024). Energy dissipation over stepped spillways equipped with labyrinth-shaped steps and half-ball baffles. *Innovative Infrastructure Solutions*, 9(1), 1–12. <https://doi.org/10.1007/s41062-025-02042-6>
- Gubashi, K. R., Mulahasan, S., Hacheem, Z. A., & Rdhaiwi, A. Q. (2024). Effect of the Stepped Spillway Geometry on the Flow Energy Dissipation. *Civil Engineering Journal*, 10(1), 79–92.
- Heidari, A., & Ghasemi, P. (2014). Evaluation of step's slope on energy dissipation in stepped spillway. *International Journal of Engineering and Technology*, 3(4), 501–505.
- Krisnayanti, D. S., Soehardjono, S., Dermawan, V., & Sholichin, M. (2016). Flow and Energy Dissipation Over Flat and Pooled Stepped Spillway. *Jurnal Teknologi (Sciences & Engineering)*, 78(6–2), 123–129.
- Li, W., Zhang, D., & He, Y. (2023). Numerical Investigation of Momentum Exchange on Stepped Spillways Using Realizable $k-\epsilon$ Model. *Applied Water Science*, MDPI.
- Mero, S., & Mitchell, S. (2017). Investigation of energy dissipation and flow regime over various forms of stepped spillways. *Water and Environment Journal*, 31(1), 127–137.
- Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H., & Huebsch, W. W. (2013). *Fundamentals of fluid mechanics* (7th ed.). Wiley.
- Nurhadi. (2021). Pengaruh Jumlah Undakan terhadap Momentum Aliran pada Saluran Bertingkat. *Jurnal Rekayasa Hidraulik*, 12(2), 105–112.
- Parsaie, F. & Haghiabi, F. (2025). Energy dissipation in stepped spillways: review. *Innovative Infrastructure Solutions*.
- Salmasi, F., & Abraham, J. (2022). Effect of slope on energy dissipation for flow over a stepped spillway. *Water Supply*, 22(5), 5056–5066.
- Shamkhi, M. S., & Hantoosh, S. H. (2018). Experimental study of flow regimes of stepped weir. *Wasit Journal of Engineering Sciences*, 11(2).
- Widodo, S. (2016). *Kajian Efektivitas Saluran Bertangga dalam Menurunkan Energi Aliran*. Skripsi. Universitas Gadjah Mada.
- Zhang, Y., Zhang, Q., Zhang, J., & Ma, J. (2019). Effect of slope on energy dissipation for flow over a stepped spillway. *Water Science and Technology: Water Supply*, 19(5), 1557–1566. <https://doi.org/10.2166/ws.2019.145>
- Zhang, Y., Zhang, Q., Zhang, J., & Ma, J. (2019). Effect of slope on energy dissipation for flow over a stepped spillway. *Water Science and Technology: Water Supply*, 19(5), 1557–1566. <https://doi.org/10.2166/ws.2019.145>